11. Vektory

1. Body $A[1;3], B[4;1]$ určují vektor *u*. Vypočítejte souřadnice vektoru *u*.

$[u = (3;-2)]$

2. Jsou dány body $R[3;-2], S[-4;5], T[2;1]$. Vypočítejte souřadnice bodu *X* tak, aby čtyřúhelník *RSTX* byl rovnoběžník.

$[X = [9;-6]]$

3. Jsou dány body $K[1;2;3], L[-4;5;6], M[4;3;2]$. Dokažte, že body *K, L, M* tvoří trojúhelník.

$[K - L \neq k.(K - M)]$

4. Vektor $z = (2;-2;-10)$ zapište jako lineární kombinaci vektorů *u, v, w*, kde $u = (2;1;-1), v = (2;3;2), w = (4;5;-2)$.

$[z = 2u - 3v + w]$

5. Rozhodněte, zda dané trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů:

$$\begin{array}{l} a)\, v_1 = (2;-1;3), v_2 = (3;0;6), v_3 = (7;-5;10) \\ b)\, w_1 = (0;6;-2), w_2 = (2;4;6), w_3 = (-1;4;-5) \end{array}.$$

$[a)\ lin.\ nezávislé \qquad b)\ lin.závislé\ 2w_1 - w_2 - 2w_3 = o]$

6. Vypočítejte velikost vektoru:

$$\begin{array}{l} a)\, u = (-4;2) \\ b)\, u = (4;-3;5) \end{array}$$

$[a)\, |u| = 2\sqrt{5} \qquad b)\, |u| = 5\sqrt{2}]$

7. Určete číslo $y \in R$ tak, aby velikost vektoru $z = (6;y)$ byla 10.

$[y_{1,2} = \pm 8]$

8. Je dán vektor $f = (3;2)$. Určete $m \in R$ tak, aby pro vektor $g = (6;m)$ platilo $|g - f| = 5$. Výsledek ověřte obrázkem.

$[m_1 = -2, m_2 = 6]$

9. Je dán vektor $u = (7;-1)$. Určete vektor *v* tak, aby platilo: $v \| u \wedge |v| = 10$. Výpočet ověřte obrázkem.

$[v_1 = (7\sqrt{2};-\sqrt{2}), v_2 = (-7\sqrt{2};\sqrt{2})]$

10. Vypočítejte velikost úhlů:

$$\begin{array}{l} a)\, u_1 = (3;-2), u_2 = (4;6) \\ b)\, v_1 = (2;-3;3), v_2 = (-1;2;-2) \end{array}.$$

$[a)\, \varphi = 90° \qquad b)\, \varphi = 174°14']$

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler

11. Je dán vektor $u=\left(\sqrt{3};-1\right)$. Určete souřadnice vektoru ***v***, který svírá s vektorem u úhel 60º a jehož velikost je 4.

$\left[v_1=(0;-4), v_2=\left(2\sqrt{3};2\right)\right]$

12. Vypočítejte velikost úhlů v trojúhelníku *ABC*, znáte-li souřadnice vrcholů:
$a)A[0;1], B[2;3], C[4;0]$
$b)A[1;0;2], B[2;-2;4], C[3;6;1]$.

$[a)\alpha=59°01', \beta=78°41', \gamma=42°17' \quad b)\alpha=128°40', \beta=35°32', \gamma=15°48']$

13. Dokažte, že dané vektory jsou navzájem kolmé: $a)u=(2;4), v=\left(-3;\frac{3}{2}\right)$
$b)u=(4;-1;13), v=(5;-6;-2)$.

$[u.v=o]$

14. Určete vektor *f* tak, aby platilo $f\perp g \wedge |f|=4\sqrt{5}$, kde vektor $g=(3;6)$.

$[f_1=(8;-4), f_2=(-8;4)]$

15. Jsou dány body $K[-2;2], L[6;8]$. Na ose *x* určete bod *X* tak, aby trojúhelník *KLX* byl pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu *X*.

$[X=[2;0]]$

16. Body $E[2;-2;-2], F[0;-1;-4], G[2;1;-5]$ tvoří trojúhelník *EFG*. Dokažte, že trojúhelník *EFG* je pravoúhlý a rovnoramenný. U kterého vrcholu je pravý úhel.

$[|FG|=|EF|=3; |EFG|=90°]$

17. Je dán vektor $x=(-1;2;3)$. Určete $p\in R$ tak, aby vektor $y=(17;p;3)$ byl kolmý k vektoru *x*.

$[p=4]$

18. Jsou dány dva vektory $u=(0;1;0), v=(1;1;0)$. Určete vektorový součin *u* x *v* a velikost vektoru *u* x *v*.

$[a)\,u\,x\,v=(0;0;-1) \qquad b)|u\,x\,v|=1]$

19. Vypočítejte obsah rovnoběžníku *KLMN*, jestliže znáte souřadnice vrcholů *K*, *L*, *M*. Vypočítejte souřadnice bodu *N*. $a)K[2;0;1], L[1;-1;3], M[4;2;1]$
$b)K[1;3], L[2;0], M[4;-1]$.

$[a)\,N=[5;3;-1], S=4\sqrt{2} \qquad b)\,N=[3;2], S=5]$

20. Na ose *y* určete bod *Y* tak, aby obsah trojúhelníku *XYZ* byl 10. Souřadnice bodu *X*, *Z* jsou $X[2;1;0], Z[2;2;3]$.

$\left[Y_{1,2}=\left[0;1\pm 2\sqrt{10};0\right]\right]$

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler

21. Vypočítejte obsah trojúhelníku *ABC*, znáte-li souřadnice jeho vrcholů: $\begin{matrix} a)A[4;0;-1], B[2;4;-1], C[5;3;4] \\ b)A[3;-6;5], B[4;8;1], C[5;22;-3] \end{matrix}$.

$\left[a) S = 5\sqrt{6} \qquad b) ABC\ \text{není troj.}\right]$

22. V rovnoběžnostěnu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ známe souřadnice bodů $A[1;0;2], B[3;4;3], D[-1;4;6], A_1[2;1;-5]$. Vypočítejte zbyle souřadnice bodů a objem tohoto rovnoběžnostěnu.

$\left[C = [1;8;7], B_1 = [4;5;-4], C_1 = [2;9;0], D_1 = [0;5;-1] \quad V = 110\right]$

23. Vypočítejte objem čtyřbokého jehlanu *ABCDV*, znáte-li souřadnice bodů $A[2;3;4], B[-1;4;-2], D[0;2;-5], V[3;2;1]$.

$[V = 5]$

24. Jsou dány body $A[2;2;3], B[6;3;0], C[3;-1;-1]$.

a) Dále je dán bod $D[0;0;0]$. Určete objem čtyřstěnu *ABCD*.

b) Na ose *x* určete bod *X* tak, aby objem čtyřstěnu *ABCX* byl 26.

$\left[V = \frac{13}{2}; X_1 = [15;0;0], X_2 = [-9;0;0]\right]$

25. Jsou dány body $A[2;5;10], B[2;1;7]$. Na ose *x* určete bod *X* tak, aby platilo: $|ABX| = 60°$.

$\left[X_{1,2} = [2 \pm 5\sqrt{2};0;0]\right]$

26. V trojúhelníku *ABC* vyznačte vektory $a = C - B, b = A - C, c = B - A$. Dokažte, že platí:

$a) a + b + c = o$

$b) t_a + t_b + t_c = o$.

$[a)\ i\ b)\ \text{platí}]$

27. Je dán vektor $r = (3;2)$. Určete $q \in R$ tak, aby pro vektor $s = (q;-2)$ platilo $|3r + s| = 5$. Výpočet ověřte obrázkem.

$[q_1 = -12; q_2 = -6]$

Tento produkt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.
Tvorba digitálních učebních materiálů a jejich databáze - udržitelnost; www.goaml.cz, Mgr. Dušan Drexler